

単元を貫く問い

見いだした図形の性質や関係を論理的に考察し表現するためにはどうすればよいだろう？

この単元と関連した領域の付いている力(◆)と内容(・)

【小学校第6学年まで】

◆図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し、図形の性質や図形の計量について考察することができる。 ・線対称 ・点対称

【第1学年】

◆日常の事象を図形の形や大きさ、図形の移動から構成要素、位置関係、相当関係、対称性に着目して、図形の性質や関係を考察し表現することができる。

◆図形を観察したり条件を読み取ったりすることで、測定に頼らずに基本的な作図の方法を利用して、筋道立てて説明するとともに、問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。 ・図形の移動 ・基本的な作図

本単元の目標

学びに向かう力、人間性等

- ・ 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度を身につける。
- ・ 問題解決の過程を振り返って評価・改善したり統合的・発展的に考察しようとする態度を身につける。

単元終了時のめざす生徒の姿

- ・ 数学的な推論の過程に着目し、見いだした図形の性質や関係を説明するために、方針を立て、根拠を明確にして数学的用語を用いて表現することができる。
- ・ 数学的な推論の過程に着目し、自分の思考を振り返ったり、新たな性質を見いだそうとしていたりしている。

知識及び技能

平面図形と数学的な推論についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身につける。

思考力・判断力・表現力等

数学的な推論の過程に着目し、図形の性質や関係を論理的、統合的・発展的に考察し表現する力を身につける。

この単元からつながっている領域の付けた力(◆)と内容(・)

【第3学年】

◆日常生活や数学の事象の中から相似な三角形を見だし、直接測定することが困難なものを考察したり、図形の中の線分の比や位置関係について関係性を見だし、相似な図形の性質などを基にして論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見だし、学んだ図形の性質を具体的な場面で活用したりすることができる。

・ 三角形の相似条件 ・ 平行線と線分の比についての性質

生徒の実態と指導観

本学級は、落ち着いて課題に取り組む姿が見られる一方で、根拠を明確にして説明をしたり、新たに見出した性質を論理的に考察したりすることにおいては弱さが見られる。また、1年時における図形領域の記述式問題において、正答率は27%であり、知識を活用して表現することが難しい生徒が多い。その中で、本単元を通して生徒に身に付けさせたい能力は、数学的な推論の過程に着目し、見いだした図形の性質や関係を説明するために、方針を立て、根拠を明確にして数学的用語を用いて表現することである。そのため、単元を通して、帰納的、類推的に見いだした図形の性質を演繹的に説明することに重点を置いて指導を行っている。

数学的活動

観察や操作、実験などから図形の性質や関係を見だし、仮定と結論を明確にし、数学的な表現を用いて論理的に説明し伝え合う活動

数学的な推論を適切に用いて新たな性質や関係を見だし解決したり、その過程や結果を振り返ったりして、統合的・発展的に考察する活動

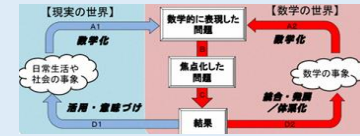
日常の事象や社会の事象を数理的に捉え解決したり、解決の過程や結果を振り返って、意味づけたり活用したりする活動

【8時間】

問い 見いだした角の性質を説明するには、どうしたらよいだろう？

***本時は斜体の2時間目**

- 多角形の内角の和を求める方法を考えることを通して、多角形の内角の和の性質を見いだす。(観察や操作から類推・帰納的に性質を見いだす。)
- 多角形の外角の和を求める方法を考えることを通して、多角形の外角の和の性質を見いだす。(演繹的に説明し、結論を導く。仮定・結論にも触れる。)
- 2直線が交わってできる向かい合った角の關係に着目し、いつでも等しくなる理由を既習事項を基にして説明する。(類推・帰納的に見いだした性質を演繹的に説明する。)
- 同位角や錯角がどのような時に等しくなるかを、角を作っている直線の位置関係に着目して考える。(類推・帰納的に見いだした性質を演繹的に説明する。)
- 平行線の性質を基にして、三角形の内角の和が180°になることを説明する。(演繹的に説明する。)
- 平行な2直線の間にできる角について、条件を変更しても見いだした性質が成り立つのかについて考える。(条件を変えて他の場合でも成り立つのかを考える。)
- 平行でない2直線に条件を変更して、その間にできる角を求める方法を考える。(見いだした性質がいつでも成り立つことを説明するために構想を立て、論理的に説明する。)



【3時間】

問い 2つの図形が合同であると判断するにはどうしたらよいだろう？

- 四角形 ABCD を敷き詰めて作った模様を観察して、どのような特徴があるか考え、合同な図形の性質を考察する。(事象の特徴を捉え数学的に表現する。)
- 図形の構成要素(辺や角)に着目して、2つの三角形が合同かどうか判断する方法を考える。(合同とはどういうことなのかを考え説明する。)

【3時間】

問い 図形の性質が成り立つことを証明するにはどうしたらよいだろう？

- 角の二等分線の作図方法を振り返って、なぜそのような方法で二等分線が引けるのかを、2つの三角形に着目して根拠を明らかにして証明する。(論理的に説明して導いた結論から意味づけをする。)
- 平行な2直線を基にしてできる図形の中にある2つの三角形が合同であることを、三角形の構成要素に着目して証明する。(仮定と結論を明確にし、方針をたて論理的に説明する。)

評価規準

【知・技】

- ・ 多角形の角についての性質を見いだせることを知っている。
- ・ 対頂角の性質や、平行線と同位角、錯角の性質を理解している。
- ・ 平行線や角の性質を用いて角度を求めることができる。
- ・ 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。
- ・ 証明の必要性和意味及びその方法について理解している。
- ・ 根拠となる事柄を明らかにして簡単な図形の性質を証明することができる。

【思・判・表】

- ・ 基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質を基にしてそれらを確かめ説明している。
- ・ 説明する際に用いた図形の性質や関係を明らかにして、統合的・発展的に考察し表現することができる。
- ・ 三角形の合同条件を基にして辺の長さや角の大きさが等しいことを論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすることができる。
- ・ 平行線の性質や三角形の合同条件などを具体的な場面で活用している。

【主】

- ・ 図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。
- ・ 証明のよさを実感して粘り強く考えようとしている。
- ・ 図形の合同について学んだことを学習に生かそうとしている。
- ・ 図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

図形の構成要素や位置関係に着目し、図形の関係や位置関係を見だし、筋道を立て、根拠をもとに考察し、伝えあっている姿。

過程や結論、数学的な推論の過程に着目し、条件を変えたり、逆を考えたりするなどして見通しをもって問題を見だし、統合的・発展的に考察している姿。

事象の中にある問題を解決するために、図形に着目し、解決したり解決の過程を振り返って、意味づけたり活用している姿。

見方・考え方を働かせている生徒の姿

【本時の目標】 図形の観察や操作を通して、図形の性質や関係を統合的・発展的に考察することができる。

【本時における数学的な見方・考え方】 数学的な推論の過程と結果に着目し、前時の問題解決において、基にした事柄や式と図形を関連付けて考察する。

11/7 (火) 点Pが内側

$\angle x = \angle a + \angle b$

点Pが外側

式も同じように考えよう!

めあて 図と関連付けて、 $\angle x = 70^\circ + (-30^\circ)$ と考えると良い理由を考えよう!

まとめ

- 点Pが外にある時も前回と同じように、平行線の性質を基に求められた。
- 外にできる角をマイナスの角度と捉え方を広げること、前回と同じ見方をすることができた。

Q. $l \neq m$ のとき、 $\angle x$ の大きさは?

※ 点Pが内側 ⇒ プラス
点Pが外側 ⇒ マイナス

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て (「問題」・「めあて」の工夫、まとめ、発問、活動など)

前時に求めた角の大きさについて、前提を拡張しても成り立つかどうか考えていく。前時では、平行な2直線の中に点Pが存在し、その角の大きさを2直線に平行で点Pを通る補助線を引く、平行線の錯角が等しいことを用いて説明している。それを踏まえて本時では、点Pを2直線の外に出したときにその角の大きさをどうやって求めたらよいか生徒の疑問から問題に繋げていきたい。点Pを外に出した時でも、前時と同じように平行線の角の性質を用いれば求められるのではないかと考えさせたい。その結果、 $\angle x = 70 - 30$ を $\angle x = \angle a + \angle b$ の式と同じように考えられることを確認し、めあてへとつなげていきたい。そして、点Pを動的かつ連続的に捉え、bが負の数であると見方を変えることで $\angle x = \angle a + \angle b$ になると統合的・発展的に考察していく。また、考え方を見方を統合的に捉えていくため、今までと同様に基にした事柄や式と図形を根拠として説明するようにしていく。



T 前回の学習では平行線の間のできる角について考えました。どんなことが分かりましたか?

S 点Pをどこに動かしても $\angle x = \angle a + \angle b$ が成り立つ。

S 平行線を引いて考えれば良いことが分かった。

S 平行線と錯角の性質を使って考えた。

S 三角形の内角の和が180度であることを使って考えた。

S 点Pの位置を変えても同じ考え方で説明できた。

T 今日はどんなことを考える?

S 平行線でない場合を考える。

S 点Pが平行線の外側にある場合を考える。

※実際に前で図形を動かして確認する。

T ということですか? (点Pを上を動かす。)

S 違う。下です!

S 違う。もう少し左です。

※生徒とのやり取りの中で今日扱う図を決める。

T この図でも $\angle x = \angle a + \angle b$ で求められる?

S 求められそうにありません。

S 前の図と形が違う。

S 見た感じ $\angle x$ の方が小さいから。

T では今日の問題は何にしますか?

問題: (点Pが外側にあるとき) $\angle x$ を求めるにはどうすれば良い?

T どうやって考えたら良いですか?

S 平行線を引く。

S 点Pを通る平行線を引く。

S 平行線の錯角の性質を使う。

(個人思考)

どのように考えたか、根拠を明らかにして用いた性質を書かせる。

S l と m が平行だから錯角の性質を使って、次に外角の性質を使うと求められそう。(平行線と錯角、三角形の外角の性質)

S l と m が平行だから同位角の性質を使って、次に外角の性質を使うと求められそう。(平行線と同位角、三角形の外角の性質)

S 点Pを通り直線 l と m に平行な補助線を引いて、平行線の錯角が等しいことを使えば求められる。(平行線と錯角の性質)

(グループ活動→全体で共有)

T $\angle x$ の求め方が分かりましたね。点Pが内側にある時と、外側にある時で、共通することはありますか?

S 平行線の錯角の性質を使っています。

T 図は違いますが、考え方は同じということですね。式も同じように考えられませんか?

S $\angle x = 70^\circ + (-30^\circ)$ にすれば同じ式で表せる。

S 式としてはあっているけど、 -30° ってどういうことだろう?

T 図に -30° という角はありませんが、式としては成り立つということですね。では、図と関連付けて、 $\angle x = 70^\circ + (-30^\circ)$ という式が成り立つ理由を考えてみましょう。

めあて: 図と関連付けて $\angle x = 70^\circ + (-30^\circ)$ と考えると良い理由を考えよう。

※ ICTを活用して -30° の意味を動的に考えさせる。

S 内側と外側だから反対になっている。

S -30° 少ない。(→基準は直線 m)

S $+30^\circ$ の反対。(内側がプラス)

S 平行線の内側が+だから外側は-なのかな。

S 直線 m を基準として、内側にある角をプラスと考えると、直線 m が基準の0となり、外側にできた角はマイナスになると考えると $\angle x = \angle a + \angle b$ という見方ができる。

T 今日の授業を振り返ってみましょう。

T (点Pが外側にあるとき) $\angle x$ を求めるにはどうすれば良かったですか?

S 前回と同じように平行線の錯角の性質を使うことで $\angle x$ を求めることができた。

T どのように図形を捉えると、点Pが外側にある時でも、 $\angle x = \angle a + \angle b$ と考えることができたか?

S 外側にできた角をマイナスの角と捉えることで、 $\angle x = \angle a + \angle b$ と考えることができた。

まとめ: 点Pが外にあるときも、前回と同じように平行線の錯角の性質を基に求められた。

- 外にできる角をマイナスの角度と捉え方を広げることで、前回と同じ $\angle x = \angle a + \angle b$ という見方をすることができた。

T この場合も同じように考えることはできますか? (やりり型)

S できそう。

S 平行線と角の性質を使えば $\angle x$ を求められる。

S 点Aを通る平行な補助線を引いて 40° の角度を移して考えると $\angle x = \angle a + \angle b$ の考えが使える。

S 3つ角度を足すと $\angle x$ になっている。

<指導上の留意点>

- ・実際に点Pを動かして、点Pが内側にあるときには $\angle x = \angle a + \angle b$ が成り立つことを確認し、外側ではどうなるか疑問を持たせる。
- ・見通しが持てない生徒にはこれまでの考え方で求めることができないか考えさせる。
- ・ $\angle x$ を求めるために基にしていることで共通していることを考えさせる。
- ・式と図を関連付けながら、式の捉え方を考えさせる。
- ・本時の問題と同じように平行線や角の性質を基に求めることができないか考えさせる。

・説明する際に用いた図形の性質や関係を明らかにして統合的・発展的に考察することができる。【思考・判断・表現】