

単元を貫く問い 見いだした性質がいつでも成り立つことを論理的に説明するにはどうすればよいだろう？ ～「式で表す」「目的に応じて式を変形する」「式を読む」ことを通して～

この単元と関連した領域の付いている力(◆)
 【第1学年】
 ◆座標の意味を理解し、比例、反比例を表、式、グラフなどに表す力
 ◆比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだす力。

本単元の目標

学びに向かう力、人間性等
 一次関数を利用することで、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

単元終了時のめざす生徒の姿
 ・具体的な事象の中から、一次関数として捉えられる事象を見だし、表、式、グラフを関連付けて考察することができる。
 ・問題解決の過程や結果を振り返り他に分かることがないか考えたり、問題の条件を変更して考えたり、共通する性質を見いだしたりすることができる。

知識及び技能
 一次関数についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。

思考力・判断力・表現力等
 一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現できる。また、一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現できる。

数学的活動

二つの数量の関係を表、式、グラフを用いて表現し、その変化や対応の特徴を調べたり、意味を解釈したりしたことを説明し伝え合う活動

一次関数の特徴を表・式・グラフで捉え、それらを相互に関連付けて考察することで統合的・発展的に考察する活動

日常や社会の事象を理想化したり単純化したりすることで二つの数量の関係を一次関数とみなし、それを基に未知の状況を予測する活動

問い 【15時間】※斜体が本時
一次関数とはどのような関数だろう？

- お湯が湧くまでの時間を、表やグラフを基に、変化が一定であると考え予測する。【知①】
- いくつかの事象を式で表し、 $y=ax+b$ の形で表される事象があることを知る。【知②】【主①】

●一次関数の値の変化の様子を、比例や反比例の表と比べながら、変化の特徴を考える。増加量に着目して、変化の割合の意味を知る。【表①】

●一次関数のグラフについて、比例のグラフと比べながら特徴を考える。【知①】

●一次関数のグラフで、 x や y の増加量や変化の割合はどのように表れるのかについて考える。変化の割合の値とグラフの傾きとの関係性を考える。【表①】【主②】

● $y=ax+b$ の a や b に着目して、一次関数のグラフをかく。【知①】

●グラフから a や b を読み取り、一次関数の式を求める。【知④】

●グラフにどのような条件があれば一次関数の式を求めることができるのかを、条件を変更しながら統合的に考える。【表①】【主②】

問い 【4時間】
2元1次方程式のグラフはどのように活用できるだろうか？

- 2元1次方程式の解を座標に表すとどのようなグラフになるか考える。【知③】
- 2元1次方程式の a や b の値が0になるとどのようなグラフになるか考える。【知③】

●2元1次方程式のグラフの交点と、連立方程式の解の関係について考える。おして【表①】

●連立方程式の解をグラフをかいて求めたり、グラフの交点を連立方程式を解いて求めたりする。【表①】【主②】

問い 【4時間】*斜体が本時
未来の状況を予測するためには、どのように考えればよいだろう？

- ペットボトル飲料を保冷バックに入れて保管しているときに、冷たく飲めるのはいつまでかを、表、式、グラフを用いて予測する。【表③】
- 富士山を登るときに宿泊する山小屋では、どのような恰好で過ごせばいいかを考えるために、山小屋周辺の気温をグラフを用いて予測し、その方法を説明する。【表③】【主③】
- カーフェリーに乗っている時にジェットフォイルの写真を撮る機会は何回あるのかを、グラフを用いて考え、何時何分ごろデッキにいればよいかを予測する。【主③】

【知①】一次関数について理解している。
 【知②】事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知っている。
 【知④】変化の割合や傾きについて理解し、求めることができる。
 【表①】一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。
 【主①】一次関数の必要性や意味を考えようとしている。
 【主②】一次関数について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。

【知③】二元一次方程式を関数を表す式とみることができる。
 【表①】一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。
 【主②】一次関数について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。

【表②】一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。
 【主③】一次関数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている

この単元からつながっている領域の付けたい力(◆)と内容(・)
 【第3学年】
 ◆関数 $y=ax^2$ について理解し、事象の中に関数 $y=ax^2$ として捉えられるものがあることを見いだす力
 ◆関数 $y=ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現する力。

見方・考え方を働かせている生徒の姿

・伴って変わる二つの数量に着目し、根拠を基に数学的表現を用いて伝え合っている姿

・伴って変わる二つの数量の変化の仕方を捉えるために増加量に着目し、表・式・グラフを関連付けて考えている姿

・未来を予測するために日常事象から二つの数量を取り出し、変化の仕方を一定と捉え、それを根拠に考えている姿

生徒の実態と指導観

本学年の生徒は、第1学年での高知県学力定着状況調査の結果からは関数領域における正答率が37.0%と県全体の平均よりも5ポイント低く課題である。設問ごとに正答率を見ると「グラフ上の点から式を求める」問題では26.7%、「条件から、 y を x の式で表す」問題は38.8%とどちらも県平均を5%以上下回る結果となっており、関数のグラフ・式の理解や関連付けに大きな課題があることが分かる。本単元では一次関数の式 $y=ax+b$ の式と表やグラフとの関連を常に意識させながら学習を進めていく必要がある。生徒たちは、第1学年で比例、反比例の関係を表、式、グラフなどで表し、それらを関連付けながら変化や対応の特徴を考察することや、比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することを学習している。第2学年では、第1学年の比例の学習の発展として一次関数を取り上げ、関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付け考察し、グラフの特徴や変化の割合など関数の理解を深める。本時では、これまで、式を基にしてグラフをかくことの学習に続き、グラフから式を求めることを指導する。その際「傾きと切片がわかるとき」「傾きと1点の座標がわかるとき」など問題の場面を変えることで、式を求める際に必要な条件は何か、生徒自身が見出すようにしたい。

【本時の目標】 1次関数のグラフの通る2点から傾きと切片を求めることができる。

【本時における数学的な見方・考え方】 グラフ上の2点の座標に着目して、傾きと切片を求める方法を考えることができる。

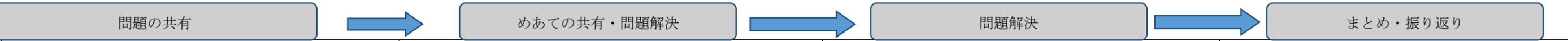
～前回～
 グラフ⇒式を求めた!
 切片と1点が
 あれば分かる!
 $y = \frac{1}{2}x + 3$

問題
 y軸が見えないグラフから
 式を求めるには?
 $y = ax + b$ を求める!

めあて
 3点の座標から a, b を求めよう!
 分かる情報
 (4,3), (7,5), (10,7)
 の3点を通っている
 Q. bを求めるには?
 $y = \frac{2}{3}x + b$
 $x = 4, y = 3$ を代入すると
 $3 = \frac{2}{3} \times 4 + b$
 $3 = \frac{8}{3} + b$
 $b = \frac{1}{3}$
 $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

まとめ
 2点の座標があれば
 グラフから式が求められる!
 Q. このグラフの式は?
 (-3,5)
 (3,-1)
 x軸もy軸も見えない!

◎教科の見方・考え方を働かせて課題解決させる手立て
 これまでの比例・反比例の学習と同様、1次関数の学習においても変化の仕方に
 着目できるようにしていく。比例・反比例では倍や比に着目して変化の仕方を捉え
 ていたが、1次関数では2点に着目し、x,yの増加量を考えられるように学習を進め
 ていく。その際、2点の増加量は表・グラフにはどのように表れるのか表・式・グラフを
 相互に関連付けて学習していくことで理解を深めたい。前時までの学習では、切片
 と傾きに注目して1次関数のグラフをかいたり、グラフから式を求めたりする学習を
 している。そこでは「切片」を「もともになる点」として捉え、そこからもう1点の座標を
 見て傾きを求める見方に思考が寄っていると思われるが、本時ではその「切片」が
 なくても式が求められるのかということに課題意識を持たせたい。グラフを延長する
 ことで切片を読み取ろうとする生徒の姿も予想されるが、それでは正確には求めら
 れないという課題意識を持たせ、1次関数の式 $y = ax + b$ の式を使う必要性を感じ
 させ、課題解決に向かいたい。



T 前回の学習では一次関数のグラフから式を求めました。
 式を求めるには何が必要でしたか?
 S 切片と傾きがあれば求められました。
 (前時のまとめを確認。)

T 切片と1点があれば傾きも求められるのでしたね。
 それではこのグラフではどうですか?
 S y軸が見えません。
 S 切片が分かりません。

T 今日はどのような問題を考えますか。
 ★ 黒板にもグラフを掲示 ※y軸が見えないグラフ

問題
 y軸が見えないグラフから式を求めるには?

T 式を求めるってどういうこと?
 S 傾き a と切片 b を求めます。
 S $y = ax + b$ の式を答えます。

T それでは考えてみましょう。★グラフ用紙を配る

S 傾きは分かりそうです。
 S 切片は分かりません。

T どうして傾きが分かるのですか?
 S 右に3進むと上に2進むから傾きは $2/3$ です。
 S x が4のときの点と x が7のときの点を見ればわかります。★座標の確認
 S x が10のときの点を見てわかります。

T (4,3), (7,5), (10,7)の3点を通っていることから傾きは分かるのですね。
 $y = 2/3x + b$ の式になることまでは分かりましたが、これから何を考えますか?
 S b を求めます。
 T b もこの3点をもとに考えられるのかな?

めあて
 3点の座標からから b を求めよう。

※個人思考
 【グラフを延長して切片を求めようとしている生徒】
 S y軸のところまでグラフを延ばせば切片が分かりそう。
 S グラフを延ばしたけどy軸と中途半端なところで交わってはいはきりしないな...。
 S 0と1の間で交わる場所までは分かるけど...。

【式を利用して切片を求めようとしている生徒】
 S どの点を見ればよいのかな。
 S どこか1つの点の座標を使えばよさそうだな。
 S (4,3)を通るから $x = 4, y = 3$ を代入すれば分かりそうだな。

★中間指導(グラフを延長して切片を読み取ろうとする生徒を取り上げる。)
 S y軸までグラフを延ばしてみたけど、0と1の間の中途半端なところで交わって
 て正確には読み取れませんでした。※既習を生かそうとする姿を価値づけ

T 今回はグラフの読み取りではうまく解決するのが難しそうですね。
 他に方法はないかな?
 S 代入して考える。
 S 通っている点の座標を $y = 2/3x + b$ の式に代入すれば b が求められそう。
 S (4,3), (7,5), (10,7)の3点ならどれでも使えそう。

※個人思考→意見交流→全体共有
 T どのように解決したか説明してください。
 S (4,3)を通っているから、 $y = 2/3x + b$ の式に $x = 4$ と $y = 3$ を代入して $3 = 8/3 + b$
 から b について方程式を解くと $b = 1/3$ と分かりました。
 S (7,5)を代入しても b は同じ $1/3$ になりました。
 S (10,7)を代入しても同じでした。

T このことからどんなことがわかりますか?
 S グラフ上の点であれば、どこでも大丈夫です。

T これまでは「切片と1点があれば式が分かる」と考えていましたが、切片
 が分からなくても式が求められましたね。
 式を求めるには何が必要なのでしょう?
 S 通っている点の座標。
 S 2点の座標があればいいです。

まとめ
 2点の座標が分かればグラフから式が求められる。

★振り返り問題に取り組む
 T このグラフの式は何でしょう?
 ※x軸とy軸が見えないグラフ

<指導上の留意点>
 ・グラフから切片と傾きを読み取れば式が求められることをおさえる。
 ・グラフ上の2点からxの増加量とyの増加量を読み取ることで傾きを求めること
 をおさえる。

<指導上の留意点>
 ・y軸上の交点が切片 b であることをおさえる。
 ・ $y = 2/3x + b$ の式になることは全体で確認し b を求める方法を考えさせる。

<指導上の留意点>。
 ・1点の座標に着目し、x,yに代入することで b が求められることをおさえる。
 ・切片を読み取ることは既習事項であるため、延長してy軸との交点を読み取ろうと
 する生徒も予想されるので、その姿は価値づけする。

<指導上の留意点>
 ・最低2点の座標が分かれば一次関数の式は求められることを確
 認する。
 ・前時までの「切片と1点が分かれば式が求まる」という考えも「2
 点分かれば式が求まる」という考えで統合する。